Corrigés des exercices de statistique et probabilité

Exercice 1

Lors de sa première séance d'endurance, Marc relève la durée (en minutes) qu'est capable de courir chaque élève d'un groupe:

24 12 31 31 57 14 25 45 40 40 29 32 50 20 48 38 32 53

1) Moyenne de la série : la série comporte 18 valeurs d'où le calcul de la moyenne m

$$m=\frac{24+12+31+31+57+14+25+45+40+40+29+32+50+20+48+38+32+53}{18} = 34{,}5$$

La durée moyenne est de 34,5 minutes

2) Étendue : par définition, l'étendue e est l'écart entre la plus grande valeur et la plus petite valeur prises par la série statistique . Ici $e=57-12=45$

L'étendue est de 45 minutes

3) Médiane de la série : on ordonne les valeurs par ordre croissant

$12;14;20;24;25;29;31;31;32;32;38;40;40;45;48;50;53;57$

Comme l'effectif total est pair (18), la médiane M est obtenue par demi-somme des deux termes centraux, c'est à dire du 9ème et du 10ème termes

M= $\frac{32+32}{2}$ = 32

La durée médiane est de 32 minutes

4) Pour déterminer les quartiles, on raisonne encore sur la série ordonnée

Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur telle qu'au moins un quart des données de la liste sont inférieures ou égales à Q_1

Ici : $\frac{1}{4}\times 18=4{,}5$ la 5ème valeur est 25 : on a bien un quart des données inférieures ou égales à 25. $Q_1=25$

Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur telle qu'au moins trois quarts des données de la liste sont inférieures ou égales à Q_3

Ici $\frac{3}{4}\times 18=13{,}5$: la 14ème valeur est 45 : on a bien $\frac{3}{4}$ des données inférieures ou égales à 45. $Q_3=45$

5) Entre les valeurs $Q_1=25$ et $Q_3=45,$ il y a les valeurs : 25 29 31 31 32 32 38 40 40 45 soit 10 valeurs

Elles représentent un pourcentage de $\frac{10}{18}\times 100$ = 56 %.

56 % des performances sont comprises entre Q_1 et Q_3

6) VRAI-FAUX

a) L'affirmation est exacte : en effet, la médiane de la série est égale à 32

b) L'affirmation est fausse : en effet, on peut calculer exactement le pourcentage des élèves ayant couru pendant 32 minutes : il y a 2 élèves sur un total de 18 soit environ 11,1 %

c) L'affirmation est exacte : on a vu en 5) que 56 % des performances se situaient entre 25 et 45.

d) l'affirmation est exacte : en effet 34,5 est la moyenne de la série

Exercice 2

1°) Tableau des effectifs

Nombre de tours effectués	310	320	330	340	350	360	Total
Effectif	4	4	5	7	3	2	25

2) Moyenne de la série : $m=\frac{4\times 310+4\times 320+5\times 330+7\times 340+3\times 350+2\times 360}{25}$ = 332,8

Le nombre moyen de tours effectués par les coureurs est de 333.

Étendue de la série : $360-310=50$

3) Médiane de la série : l'effectif total est de 25, la valeur médiane est donc la 13ème valeur de la série ordonnée. La 13ème valeur, d'après le tableau , est égale à 330

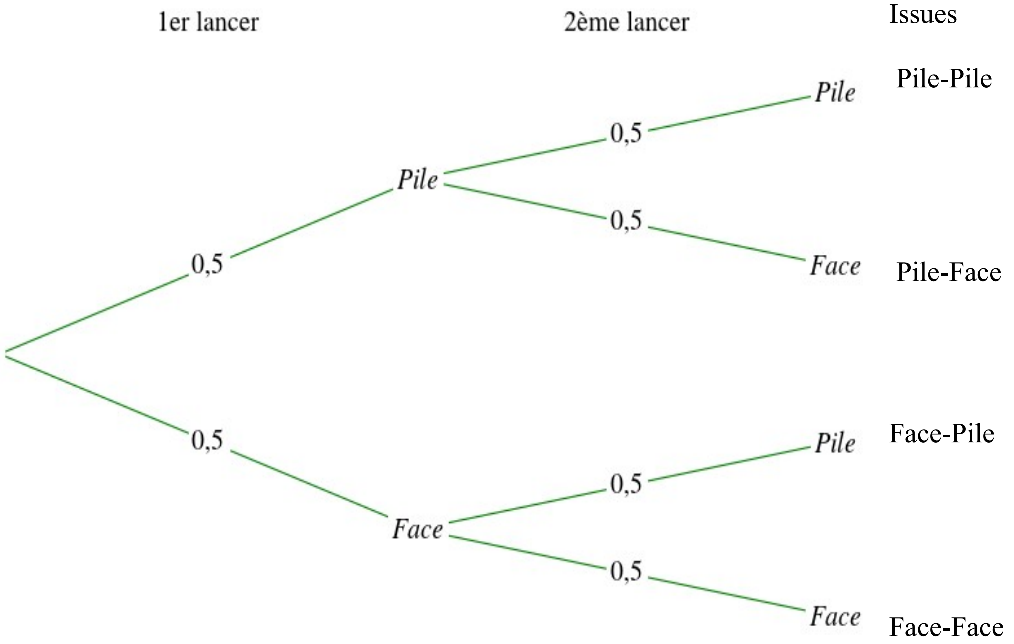
En effet il y a 4+4+5=13 valeurs dans les 3 premières colonnes. La 13ème valeur est donc 330

Exercice 3: "Passer de la fréquence à la probabilité"
1°) a. L'effectif total est de 13+3+5+2=23. En tout, Pierre possède 23 billes
b . On calcule la fréquence $f=\frac{effectif\ couleur}{effectif\ total}$

Couleur	rouge	bleu	vert	mauve
Effectif	13	3	5	2
Fréquence	$\frac{13}{23}$	$\frac{3}{23}$	$\frac{5}{23}$	$\frac{2}{23}$

2°) D'après le tableau ci-dessus, la probabilité que Pierre obtienne une bille rouge est $p(R)=\frac{13}{23}$; la probabilité que Pierre obtienne une bille verte est p(V)= $\frac{5}{23}$

Exercice 4



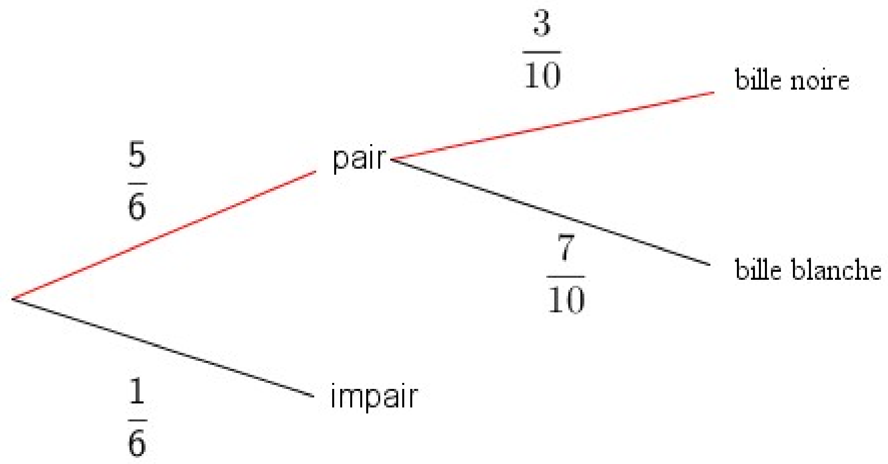
Probabilité d'obtenir deux fois Pile : on obtient deux fois Pile dans un cas sur quatre ; les quatre chemins étant équiprobables, la probabilité d'obtenir deux fois Pile est de $\frac{1}{4}$ (on obtient aussi ce résultat en multipliant les probabilités figurant sur les branches conduisant à cet événement soit $0{,}5\times0{,}5=0{,}25$)
Probabilité d'obtenir deux tirages différents : cela arrive deux fois sur quatre ; la probabilité d'obtenir deux tirages différents est de $\frac{1}{2}$

Exercice 5:
1ère façon de voir les choses :
Il y a 5 cases avec un nombre pair sur les 6 cases de la roulette. La probabilité que Suzy choisisse une bille dans le sac est donc de $\frac{5}{6}$

Il y a 6 billes noires sur 20 dans le sac, donc Suzy a une probabilité de $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$ de tirer une bille noire.
Il n'est donc pas impossible qu'elle gagne un prix, ce n'est pas certain non plus.
La probabilité qu'elle gagne un prix est de $\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}$ = $\frac{5\times3}{2\times3\times2\times5}$ = $\frac{1}{4}$ = 0,25
Il y a donc une chance sur 4 pour que Suzy gagne un prix : on peut dire qu'il est peu probable qu'elle gagne un prix

2ème façon de voir les choses :
Représentons la situation par un arbre.
Il y a 3 résultats possibles : (pair, bille noire) , (pair, bille blanche) et impair.

Le chemin qui nous intéresse est le chemin dessiné en rouge sur le graphique soit (pair, bille noire)



Si l'on répète un très grand nombre de fois l'expérience, par exemple 120000 fois, on obtiendra « pair » dans 5 cas sur 6 soit $\frac{5 \times 120000}{6} = 100000$

Puis on obtiendra une bille noire dans 3 cas sur 10 soit $\frac{3 \times 100000}{10} = 30000$

La fréquence selon laquelle Suzy gagnera sera donc égale à $\frac{30000}{120000} = \frac{1}{4}$

Il y a donc une chance sur 4 pour que Suzy gagne un prix : on peut dire qu'il est peu probable qu'elle gagne un prix